**Івано-Франківський коледж**

**Львівського національного аграрного університету**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

**до виконання контрольної роботи**

**з предмету “Вища математика”**

**для студентів заочної форми навчання**

**усіх спеціальностей Івано-Франківського коледжу ЛНАУ**

Затверджено цикловою комісією

загальноосвітніх дисциплін

Протокол № \_\_\_ від \_\_\_\_\_\_\_\_2011р.

Голова ц.к. \_\_\_\_\_\_\_ М.О. Маланчук

Івано-Франківськ

2011

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ** до виконання контрольної роботи з курсу вищої математики для студентів заочної форми навчання усіх спеціальностей Івано-Франківського коледжу ЛНАУ/Укладачі: О.М. Голубчак, Н.В. Голубчак – Івано-Франківськ, 2010. – 45с.

*Укладачі:*

*Голубчак Олег Михайлович, Голубчак Наталія Володимирівна* – викладачі вищої математики Івано-Франківського коледжу ЛНАУ.

*Рецензент:*

*Загороднюк Андрій Васильович –* доктор фіз.-мат. наук, завідувач кафедри математичного та функціонального аналізу Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Коротка анотація видання. У методичних вказівках наведено завдання для контрольних робіт з вищої математики для студентів заочної форми навчання усіх спеціальностей Івано-Франківського коледжу ЛНАУ. Для кожної спеціальності наведено перелік завдань, які потрібно включити до контрольної роботи саме цієї спеціальності. Видання містить таблицю з номерами завдань для студентів різних спеціальностей, перелік посилань на використану та рекомендовану літературу, а також додатки з довідковим матеріалом до тем "Комплексні числа", "Векторна алгебра", "Аналітична геометрія в просторі", "Диференціальне числення", "Інтегральне числення". Для кожного з наведених завдань розглядається приклад його виконання.

***Зміст***

[Вступ 4](#_Toc313352299)

[Порядок виконання та захисту роботи 5](#_Toc313352300)

[Таблиця номерів завдань для студентів різних спеціальностей 6](#_Toc313352301)

[Загальні положення 7](#_Toc313352302)

[Завдання контрольної роботи 8](#_Toc313352303)

[Приклади розв’язання завдань 23](#_Toc313352304)

[Додаток А Комплексні числа та дії над ними 36](#_Toc313352305)

[Додаток Б Векторна алгебра 37](#_Toc313352307)

[Додаток В Аналітична геометрія в просторі 38](#_Toc313352310)

[Додаток Г Диференціальне числення 39](#_Toc313352312)

[Додаток Д Інтегральне числення 40](#_Toc313352314)

[Література 41](#_Toc313352316)

# *Вступ*

Курс “ Вища математика ” є з’єднувальною ланкою між основним курсом математики і спеціальними дисциплінами, складовою частиною професійного навчання студентів. Обсяг і зміст цього курсу визначаються потребами спеціальності.

Курс “ Вища математика ” передбачає розвиток та поглиблення деяких тем і питань, що вивчаються в основному курсі. Базові предмети становлять теоретичну основу спеціальної підготовки студентів. Математичні моделі широко застосовуються для спеціальної підготовки молодших спеціалістів.

Розглянуті приклади та підібрані задачі можливість вивчити і закріпити матеріал, що викладається.

При виконанні контрольної роботи з дисципліни “Вища математика” студенти повинні закріпити отримані знання при вивченні лекційного курсу, а також приділити увагу вивченню розділів математичного аналізу, аналітичної геометрії, лінійної алгебри, теорії ймовірностей.

У результаті вивчення курсу студенти повинні:

* ознайомитися з методами розв‘язання СЛР;
* розвинути навички диференціювання та інтегрування функцій;
* отримати навички обчислення похідних, невизначених і визначених інтегралів;
* навчитись будувати й досліджувати функції, що розглядаються у спеціальних предметах;
* засвоїти методи розв’язування простіших диференційних рівнянь;
* одержати уявлення про комплексні числа;
* ознайомитися з елементами комбінаторики,
* ознайомитися з основними поняттями теорії ймовірностей

# *Порядок виконання та захисту роботи*

1. Перелік і кількість завдань для студентів кожної спеціальності, а також номер варіанта зазначені в *таблиці номерів завдань для студентів різних спеціальностей* відповідно до робочих програм. Номером варіанта є порядковий номер студента в журналі.
2. Перед виконанням роботи студент зобов’язаний опрацювати відповідні розділи додаткової літератури (список додається) і конспект лекцій.
3. Підготовлена контрольна робота здається до заочного відділення. В ній обов’язково треба вказати номер варіанту, умови завдань та розв’язки. Контрольна робота виконується в зошиті в клітинку. Якщо в результаті перевірки в роботі виявлено суттєві недоліки, то вона повертається студенту на переробку або доопрацювання.
4. Захист робіт відбувається підчас екзаменаційної сесії. Позитивна оцінка (тобто зарахована робота) є необхідною умовою для допуску студента на іспит.

# *Таблиця номерів завдань для студентів різних спеціальностей*

|  |  |
| --- | --- |
| ***Спеціальність*** | ***Завдання*** |
| 5.03050801 «Фінанси і кредит»  5.03060101 «Організація виробництва» | **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14** |
| 5.05170108 «Зберігання, консервування та переробка плодів і овочів»  5.09010102 «Організація і технологія ведення фермерського господарства» | **2, 3, 4, 5, 6, 7, 8** |
| 5.09010303 «Зелене будівництво і садово-паркове господарство»  5.04010602 «Прикладна екологія» | **2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11** |

# *Загальні положення*

Методичні вказівки складено у відповідності з робочими програмами з дисципліни ”Вища математика” для студентів, що навчаються за наступними спеціальностями:

* «Фінанси і кредит»
* «Організація виробництва»
* «Організація і технологія ведення фермерського господарства»
* «Зберігання, консервування та переробка плодів і овочів»
* «Зелене будівництво і садово-паркове господарство»
* «Прикладна екологія»

Для кожного з наведених завдань розглядається приклад його виконання. Видання містить таблицю з номерами завдань для студентів різних спеціальностей, таблицю варіантів завдань, перелік посилань на використану та рекомендовану літературу, а також додатки з довідковим матеріалом до тем "Комплексні числа", "Векторна алгебра", "Аналітична геометрія в просторі", "Диференціальне числення", "Інтегральне числення".

# *Завдання контрольної роботи*

1. Записати в тригонометричній та показниковій формах комплексні числа  і . Обчислити .

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № |  |  |  |  |  | № |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | **1.11** |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | **1.12** |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | **1.13** |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | **1.14** |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | **1.15** |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | **1.16** |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | **1.17** |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | **1.18** |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | **1.19** |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | **1.20** |  |  |  |  |

1. Розв’язати систему лінійнихрівнянь двома з трьох методів: методом Крамера, методом Гауса, методом оберненої матриці.
   1. 
   2. 
   3. 
   4. 
   5. 
   6. 
   7. 
   8. 
   9. 
   10. 
   11. 
   12. 
   13. 
   14. 
   15. 
   16. 
   17. 
   18. 
   19. 
   20. 
2. Дані координати вершин піраміди. Треба знайти:

а) довжину ребра *А1А2* та *А1А4*; б)кут між ребрами *А1А2* та *А1А4*;

в) площу грані *А1А2А3*; г) рівняння прямої *А1А2*; д) рівняння площини *А1А2А3.*

| № |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **3.1** | (1;2;3) | (2;0;0) | (3;2;5) | (4;0;0) |
| **3.2** | (3;0;6) | (1;-3;2) | (-3;2;5) | (2;2;5) |
| **3.3** | (-2;0;-1) | (0;0;4) | (1;2;3) | (3;2;7) |
| **3.4** | (1;-2;1) | (1;0;2) | (1;4;2) | (2;0;0) |
| **3.5** | (-2;1;0) | (3;2;7) | (2;2;7) | (6;1;5) |
| **3.6** | (-1;3;0) | (2;0;0) | (4;-2;1) | (3;2;7) |
| **3.7** | (6;1;5) | (5;1;0) | (-4;1;-2) | (-6;0;5) |
| **3.8** | (1;-1;6) | (-5;-1;0) | (4;0;0) | (2;2;5) |
| **3.9** | (1;2;3) | (-1;2;3) | (7;-3;5) | (6;10;17) |
| **3.10** | (4;7;8) | (9;1;3) | (2;-4;1) | (1;-13;-13) |
| **3.11** | (8;2;3) | (4;6;10) | (3;2;5) | (3;-2;1) |
| **3.12** | (2;4;1) | (1;3;6) | (5;3;1) | (4;0;6) |
| **3.13** | (1;7;3) | (3;4;2) | (4;8;5) | (7;2;4) |
| **3.14** | (1;-2;3) | (4;7;2) | (6;4;2) | (4;8;6) |
| **3.15** | (2;7;3) | (3;1;8) | (2;-7;4) | (6;4;7) |
| **3.16** | (4;2;5) | (3;-1;8) | (2;-7;4) | (6;-4;7) |
| **3.17** | (4;8;5) | (-1;2;3) | (6;10;17) | (1;7;3) |
| **3.18** | (1;0;2) | (-2;0;-1) | (3;4;2) | (2;0;0) |
| **3.19** | (3;2;7) | (7;2;4) | (-5;-1;0) | (7;-3;5) |
| **3.20** | (1;-2;1) | (6;-4;7) | (6;4;2) | (4;7;2) |

1. Знайти границі функцій (не користуючись правилом Лопіталя).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Вар | **а)** | **б)** | **в)** | **г)** |
| **4.1** |  |  |  |  |
| **4.2** |  |  |  |  |
| **4.3** |  |  |  |  |
| **4.4** |  |  |  |  |
| **4.5** |  |  |  |  |
| **4.6** |  |  |  |  |
| **4.7** |  |  |  |  |
| **4.8** |  |  |  |  |
| **4.9** |  |  |  |  |
| **4.10** |  |  |  |  |
| **4.11** |  |  |  |  |
| **4.12** |  |  |  |  |
| **4.13** |  |  |  |  |
| **4.14** |  |  |  |  |
| **4.15** |  |  |  |  |
| **4.16** |  |  |  |  |
| **4.17** |  |  |  |  |
| **4.18** |  |  |  |  |
| **4.19** |  |  |  |  |
| **4.20** |  |  |  |  |

1. Знайти похідні функцій.
   1. а), б), в) 
   2. а) б), в)
   3. а) б), в)
   4. а) б) в)
   5. а) б) в)
   6. а) б) в)
   7. а) б) в);
   8. а) б) в) y = ln(ex + 
   9. а) б) в)
   10. а) б) в)
   11. а) б) в) y = tg2  (x3+1);
   12. а) б) в) y = arctg 
   13. а) б) в) y = arctg
   14. а) б) в) y = sin2 3x
   15. а) б) в) y = 
   16. а) б) в) y = arctg
   17. а) б) в);
   18. а)  б) в) 
   19. а) б) в) 
   20. а) б) в) 
2. Обчислити невизначені інтеграли**.** 
   1. а) б) в)
   2. а) б) в)
   3. а) б) в)
   4. а) б) в)
   5. а) б) в)
   6. а) б) в)
   7. а) б) в)
   8. а) б) в)
   9. а) б) в)
   10. а) б) в)
   11. а) б) в)
   12. а) б) в)
   13. а) б) в)
   14. а) б) в)
   15. а) б) в)
   16. а) б)  в)
   17. а) б) в)
   18. а) б)  в)
   19. а) б)  в)
   20. а) б) в)
3. Обчислити визначені інтеграли.
   1. а) б) 
   2. а) б)
   3. а) б)
   4. а) б)
   5. а) б)
   6. а) б)
   7. а) б)
   8. а) б)
   9. а) б)
   10. а) б)
   11. а) б)
   12. а) б)
   13. а) б)
   14. а) б)
   15. а) б)
   16. а) б)
   17. а) б)
   18. а) б)
   19. а) б)
   20. а) б)

.

1. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями:
   1. ;
   2. ;
   3. 
   4. ;
   5. ;
   6. ;
   7. ;
   8. ;
   9. ;
   10. ;
   11. ;
   12. ;
   13. ;
   14. ;
   15. ;
   16. ;
   17. ;
   18. ;
   19. ;
   20. .
2. Знайти екстремуми функції

* 1. 
  2. 
  3. 
  4. 
  5. 
  6. 
  7. 
  8. 
  9. 
  10. 
  11. 
  12. 
  13. 
  14. 
  15. 
  16. 
  17. 
  18. 
  19. 
  20. 

1. Дослідити збіжність числових рядів:
   1. 
   2. 
   3. 
   4. 
   5. 
   6. 
   7. 
   8. 
   9. 
   10. 
   11. 
   12. 
   13. 
   14. 
   15. 
   16. 
   17. 
   18. 
   19. 
   20. 
2. Знайти область збіжності степеневого ряду:
   1. 
   2. 
   3. 
   4. 
   5. 
   6. 
   7. 
   8. 
   9. 
   10. 
   11. 
   12. 
   13. 
   14. 
   15. 
   16. 
   17. 
   18. 
   19. 
   20. .
3. Знайти загальний розв’язок диференціальних рівнянь.

|  |  |
| --- | --- |
| * 1. а);   б);  в). | * 1. а)   б)  в). |
| * 1. а);   б);  в) | * 1. а);   б);  в). |
| * 1. а)   б)  в) | * 1. а);   б) в) |
| * 1. а)   б)  в) | 14.14 а)  б)  в) |
| * 1. а)   б)  в) | * 1. а)   б)  в |
| * 1. а)   б)  в) | * 1. а)   б)  в) |
| 14.7 а)  б)  в) | * 1. а)   б)  в) |
| * 1. а)   б)  в) | * 1. а)   б)  в) |
| * 1. а)   б)  в) | * 1. а)   б)  в) |
| * 1. а)   б)  в) | * 1. а)   б)  в) |

***Завдання 15.*** Розв’язати задачу.

* 1. В ящику 40 куль: 28 чорних і 12 синіх. З ящика виймають одну кулю. Знайти ймовірності подій:

а) вибрана куля чорна;

б) вибрана куля синя.

* 1. Серед кандидатів для відзначення преміями 3 першокурсника, 5 другокурсників та 7 третьокурсників. З них обирають 5 чоловік. Знайти ймовірність подій:

а) серед обраних тільки третьокурсники;

б) серед обраних не буде першокурсників.

* 1. Кидають два гральних кубики. Знайти ймовірності подій:

а) число очок на обох кубиках однаково;

б) сума очок парна.

* 1. Навмання обирається п'ятизначне число. Знайти ймовірності подій:

а) число читається однаково зліва направо і справа наліво;

б) число ділиться на п'ять.

* 1. з партії в 10 виробів, серед яких 3 бракованих, навмання витягають три вироби для контролю. Знайти ймовірності подій:

а) серед відібраних рівно два бракованих вироби;

б) серед відібраних усі вироби браковані.

* 1. З колоди карт у 52 листи витягають навмання 4 карти. Знайти ймовірності подій:

а) серед відібраних усі карти бубнової масті;

б) серед відібраних усі карти однієї масті.

* 1. Числа 1, 2, 3, ..... 9 записуються у випадковому порядку. Знайти ймовірності подій:

а) числа будуть записані в порядку зростання;

б) числа 1 і 2 будуть стояти поруч та у порядку зростання.

* 1. З телефонної книги навмання обирається випадковий номер телефону (усі номери шестизначні). Знайти ймовірності подій:

а) три останні цифри однакові;

б) усі цифри різні.

* 1. У коробці лежать кольорові кулі: 7 червоних, 8 білих та 5 чорних. Навмання достають три кулі. Знайти ймовірності подій:

а) серед відібраних куль усі білі;

б) серед відібраних 2 чорних та 1 червона куля.

* 1. Є 3 скрині, у першій з них білих кульок – 15%, у другій – 20%, у третій – 10%. Із кожної скрині навмання беруть одну кульку. Знайти ймовірності подій:

а) всі три кульки будуть білими;

б) серед витягнутих кульок не буде білих.

* 1. На картках написані перші 10 букв української абетки. Відбирають по одній 4 картки і, викладаючи їх у порядку відбору, складають слово. Знайти ймовірності подій:

а) слово закінчується на букву "А" ;

б) буде отримано слово "БІДА".

* 1. Десять варіантів контрольних робіт, написаних на окремих картках, перемішуються й розподіляються серед восьми студентів, що сидять в одному ряду. Знайти ймовірності подій:

а) варіанти з номерами 1 і 2 залишаться невикористаними;

б) варіанти 1 і 2 дістануться студентам, що сидять поруч;

* 1. На п'яти картках написані цифри від одного до п'яти. Випадковим чином відбирають три картки і розкладають їх у порядку надходження в ряд зліва направо. Знайти ймовірності подій:

а) з'явиться число 123;

б) з'явиться число, яке не містить цифри 3.

* 1. На п'яти картках написані цифри від одного до п'яти. Випадковим чином відбирають три картки і розкладають їх у порядку надходження в ряд зліва направо. Знайти ймовірності подій:

а) з'явиться парне число;

б) з'явиться число, яке містить хоча б одну цифру 2.

* 1. Зі 100 деталей партії 97 стандартних і 3 бракованих. Знайти ймовірності подій:

а) серед обраних 5 деталей нема бракованих;

б) серед вибраних навмання 6 деталей 4 стандартні.

* 1. На полиці навмання розставляють 12 книжок, серед яких – 5 з хімії і 7 з біології. Знайти ймовірності подій:

а) на полиці виявляться спочатку всі книжки з хімії, а потім всі книжки з біології;

б) остання книжка на полиці буде з хімії.

* 1. Кидають 3 гральні кубики. Знайти ймовірності подій:

а) принаймні на одному кубику випаде число, що ділиться на 3;

б) сума очок буде 18.

* 1. У двох урнах лежить по 10 кульок, причому в першій з них – 7 червоних, а в другій – 4 червоних. Із кожної урни навмання витягають по одній кульці. Знайти ймовірності подій:

а) серед витягнутих кульок буде точно 1 червона;

б) серед витягнутих кульок не буде червоних.

* 1. Числа 1, 2, 3, ..... 9 записуються у випадковому порядку. Знайти ймовірності подій:

а) числа будуть записані в порядку спадання;

б) числа 4 і 3 будуть стояти поруч та у порядку спадання.

* 1. З телефонної книги навмання обирається випадковий номер телефону (усі номери п’ятизначні). Знайти ймовірності подій:

а) три перші цифри однакові;

б) усі цифри різні.

***Завдання 16.*** Дискретна випадкова величина задана рядом розподілу. Необхідно: а) записати пропущену ймовірність;

б) підрахувати ймовірності попадань у вказані інтервали;

в) обчислити числові характеристики випадкової величини M x , Dx ,s x .

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x i | 1 | 3 | 7 | 9 | 12 | 14 |
| p i | 0,1 | 0,2 |  | 0,4 | 0,05 | 0,15 |

P(X=2); P(X=9); P(X<5); P(X>8); P(4<X<13); P(10<X<20);

* 1. .

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x i | 3 | 4 | 6 | 8 | 13 | 18 |
| p i | 0,15 | 0,20 | 0,10 | 0,35 |  | 0,05 |

P(X=9); P(X=4); P(X<8); P(X>2); P(5<X<11); P(70<X<40)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x i | 0 | 2 | 4 | 5 | 9 | 11 |
| p i | 0,20 | 0,05 | 0,15 |  | 0,4 | 0,10 |

P(X=5); P(X=7); P(X<3); P(X>6); P(2<X<10); P(7<X<100)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x i | 1 | 4 | 5 | 8 | 11 | 14 |
| p i | 0,10 | 0,10 | 0,25 |  | 0,10 | 0,05 |

P(X=11); P(X=0); P(X<10); P(X>4); P(5<X<13); P(3<X<30)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x i | 0 | 2 | 5 | 9 | 12 | 16 |
| p i | 0,10 |  | 0,15 | 0,05 | 0,25 | 0,05 |

P(X=12); P(X=6); P(X<7); P(X>2); P(5<X<14); P(10<X<30);

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x i | 1 | 4 | 5 | 8 | 10 | 12 |
| p i | 0,05 | 0,15 | 0,05 | 0,20 | 0,10 |  |

P(X=3); P(X=5); P(X<8); P(X>6); P(3<X<9); P(5<X<25)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x i | 3 | 5 | 7 | 9 | 13 | 14 |
| p i | 0,05 | 0,05 | 0,25 | 0,35 |  | 0,10 |

P(X=1); P(X=7); P(X<8); P(X>5); P(6<X<15); P(10<X<30)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x i | 6 | 7 | 9 | 11 | 14 | 17 |
| p i | 0,35 |  | 0,15 | 0,05 | 0,10 | 0,10 |

P(X=4); P(X=9); P(X<10); P(X>7) P(2<X<9); P(6<X<26)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x i | 0 | 5 | 7 | 8 | 11 | 15 |
| p i |  | 0,05 | 0,10 | 0,10 | 0,35 | 0,10 |

P(X=3); P(X=15); P(X<6); P(X>9); P(2<X<12); P(7<X<25)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x i | 2 | 6 | 9 | 12 | 14 | 16 |
| p i | 0,25 | 0,15 | 0,10 |  | 0,05 | 0,05 |

P(X=1); P(X=12); P(X<6); P(X>7); P(3<X<15); P(8<X<80)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x i | 1 | 3 | 5 | 12 | 14 | 16 |
| p i | 0,25 | 0,15 |  | 0,10 | 0,05 | 0,05 |

P(X=1); P(X=12); P(X<6); P(X>7); P(3<X<15); P(8<X<20)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x i | 2 | 4 | 6 | 10 | 14 | 16 |
| p i |  | 0,15 | 0,10 | 0,20 | 0,05 | 0,05 |

P(X=1); P(X=12); P(X<6); P(X>7); P(3<X<15); P(8<X<80)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x i | 2 | 6 | 9 | 12 | 14 | 16 |
| p i |  | 0,15 | 0,10 | 0,3 | 0,05 | 0,05 |

P(X=1); P(X=12); P(X<6); P(X>7); P(3<X<15); P(9<X<20)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x i | 1 | 3 | 5 | 7 | 11 | 14 |
| p i | 0,25 | 0,15 | 0,10 |  | 0,05 | 0,05 |

P(X=1); P(X=7); P(X<6); P(X>7); P(3<X<15); P(10<X<30)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x i | 2 | 6 | 9 | 12 | 14 | 16 |
| p i | 0,25 |  | 0,10 | 0,10 | 0,05 | 0,05 |

P(X=1); P(X=12); P(X<6); P(X>7); P(3<X<15); P(8<X<80)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x i | 2 | 6 | 9 | 12 | 14 | 16 |
| p i | 0,25 | 0,15 | 0,10 | 0,05 | 0,05 |  |

P(X=2); P(X=7); P(X<6); P(X>7); P(3<X<15); P(8<X<80)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x i | 2 | 6 | 9 | 12 | 14 | 16 |
| p i | 0,20 | 0,10 | 0,10 |  | 0,01 | 0,05 |

P(X=5); P(X=12); P(X<6); P(X>7); P(3<X<15); P(5<X<25)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x i | 2 | 4 | 9 | 12 | 14 | 15 |
| p i | 0,15 | 0,15 | 0,15 |  | 0,05 | 0,05 |

P(X=1); P(X=12); P(X<6); P(X>7); P(3<X<15); P(8<X<17)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x i | 2 | 6 | 9 | 11 | 14 | 16 |
| p i | 0,25 | 0,10 | 0,10 |  | 0,05 | 0,05 |

P(X=1); P(X=12); P(X<6); P(X>7); P(3<X<15); P(8<X<80)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x i | 2 | 6 | 9 | 12 | 13 | 14 |
| p i | 0,25 | 0,15 | 0,10 |  | 0,05 | 0,05 |

P(X=1); P(X=12); P(X<6); P(X>7); P(3<X<15); P(8<X<80)

# *Приклади розв’язання завдань*

1. Записати в тригонометричній та показниковій формах комплексні числа  і . Обчислити  та .

, ,, 

Використаємо додаток А.

Щоб записати комплексне число  в тригонометричній формі *=r(cosϕ+isinϕ),* знайдемо його модуль r та аргумент ϕ:





Тепер запишемо

.

Таким самим чином запишемо в тригонометричній формі комплексне число :



В показниковій формі , 

Обчислимо .в тригонометричній формі:





Обчислимо  в алгебраїчній формі:

.

1. Розв’язати систему лінійнихрівнянь методом Крамера, методом Гаусса та за допомогою оберненої матриці. Зробити перевірку.



#### Обчислимо визначник системи :



Так як , система має єдиний розв‘язок. Обчислимо таким самим чином визначники :

, ,

.

За формулами Крамера

, , .

Для розв‘язання СЛАР методом Гаусса приведемо розширену матрицю системи до трикутного виду:



Система рівнянь після перетворень має вигляд: 

Використовуючи зворотній хід методу, отримаємо розв‘язок рівняння:



Розв’яжемо систему методом оберненої матриці. Випишемо матрицю, що складається з коефіцієнтів при невідомих, матрицю – стовпець, що складається з невідомих та матрицю – стовпець, що складається з вільних членів

, , 

Обчислимо всі алгебраїчні доповнення

, , 

, , ;

, , 

Обернену матрицю знаходимо за формулою

,

Залишилось помножити матрицю *А-1* зліва на матрицю *В*; одержимо шуканий розв’язок:



Перевірка: 

Таким чином, одержимо відповідь : система має тільки один розв’язок

*х1*=1, *х2*=1, *х3*=1

1. Дані координати вершин піраміди *А1*(1, 2, 3), *А2*(-2, 4, 1), *А3*(7, 6, 5), *А4*(4, -3, -1). Треба знайти:
2. довжину ребра *А1А2* та *А1А4*;
3. кут між ребрами *А1А2* та *А1А4*;
4. площу грані *А1А2А3*;
5. рівняння прямої *А1А2*;
6. рівняння площини *А1А2А3.*

Використаємо додатки Б і В. Розв’язувати задачу будемо засобами векторної алгебри. Використаємо формулу розкладення вектора по ортонормованому базису або по ортам: , де - одиничні взаємно перпендикулярні вектори, які визначають напрямки координатних осей – орти, та *x, y, z* – проекції вектора  на відповідні координатні осі. Якщо початок вектора  співпадає з початком координат, то *x,y,z* трактуються як координати кінця вектора.

а) Довжину ребра *А1А2* знайдемо як довжину вектора за формулою ,

але допоміжні вектори, які мають початок в початку координат, а кінець в заданих точках *А1*(1,2,3) та *А2*(-2,4,1) розкладаються по ортам



Тепер знайдемо розкладання вектора 

, або

.

Значить .

б) Кут між ребрами *А1А2* та *А1А4* знайдемо як кут між вектором  за формулою

.

Проекції вектора  вже знайдено в попередньому пункті: =(-3,2,-2) Аналогічно знайдемо =(3,-5,-4). Тоді 



в) Площа грані *А1А2А3* знаходиться як площа трикутника, побудованого на векторах =(3,2,-2) та =(6,4,2), за допомогою векторного добутку цих векторів за формулою

.

Векторний добуток =(x1,y1,z1) та =(x3,y3,z3) за формулою



Проекції вектора  вже знайдені в першому пункті. Аналогічно знаходимо проекції вектора =(6,4,2). Тоді



 (кв. од.)

г) Рівняння прямої *А1А2* знайдемо за формулою



Це рівняння прямої, що проходить через дві задані точки *А1*(1,2,3) та *А2*(-2,4,1). Підставимо в приведену формулу замість *x1,y1,z1* та *x2,y2,z2* координати точок *A1* та *A2*

*.*

Звідки отримуємо канонічне рівняння прямої *А1А2*.



Тут *x,y,z* – змінні координати прямої; (1,2,3) – координати точки, через яку проходить пряма; (-3,2,-2) – направляючі коефіцієнти прямої, тобто проекції вектора, який визначає напрям прямої.

д) Складемо рівняння площини *А1,А2,А3,* яка проходить через три задані точки, за формулою:





Одержимо

12(*x*-1)-6(*y*-2)-24(*z*-3)=0;

або після спрощення

2*х*-*y*-4*z*+12=0

1. Знайти границі функцій (не користуючись правилом Лопіталя)

а),

б),

або, замінюючи , отримуємо

.

в) .

г) 

1. Знайти похідні функцій.

a).

Застосовуючи, табличні формули та правила диференціювання (Додаток Г), отримаємо:

.

б).

Застосовуючи, табличні формули, правила диференціювання та правило знаходження похідної складної функції(Додаток Г), отримаємо:



1. Дослідити функцію та побудувати її графік: .

Область визначення: .

Область значень .

Функція загального вигляду, неперіодична, має дві точки перетину з віссю ОХ, що є коренями рівняння . Знайти ці точки можна тільки приблизно (один з методів - графічний, що дозволяє визначити існування тільки одного кореня), але ми цього робити не будемо.

Функція неперервна на області визначення, на відрізку [-1,1] вона не є визначеною і в околі точок -1 та 1 веде себе таким чином:

 .

Останні рівності означають, що прямі  є вертикальними асимптотами графіка функції. Похилих асимптот немає, тому що:

.

 .

Похідна не є визначеною при  і обертається в нуль при . Точка  не входить в область визначення даної функції. Таким чином, критичні точки розбивають область визначення на ділянки з наступним розподілом знаків першої похідної:

+

+

-

х

1

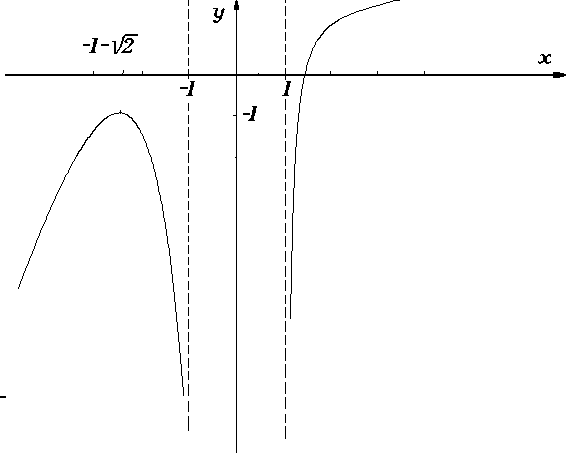
-1



При функція зростає, при  функція спадає. Звідси випливає, що точка  є точкою максимуму функції і



Так як , то точок перегину немає і функція на всій області визначення опукла догори. Графік функції має вид:



1. Обчислити невизначені інтеграли.

Невизначені інтеграли обчислюються за допомогою таблиці інтегралів, властивостей, методу заміни змінної та формули інтегрування за частинами () (Додаток Д).

а)



б)



в)

****

1. Обчислити визначені інтеграли.

Для обчислення визначених інтегралів використовуються методи обчислення невизначеного інтегралу і формула Ньютона-Лейбниця,

,

де  первісна функції (Додаток Д).

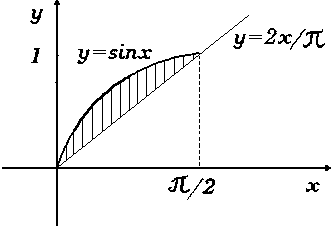
##### а)

б)

в) 



1. Обчислити площу фігури, обмеженої кривими  і  

За формулою 

1. Знайти градієнт функції в точці М.









1. Знайти екстремуми функції.

.

Знаходимо частинні похідні першого порядку:

, .

Застосовуючи необхідні умови існування екстремуму, знайдемо стаціонарні точки:



.

.

Знаходимо значення частинних похідних другого порядку в точці :

,

,



і складаємо дискримінант , . Таким чином, в точці  задана функція має мінімум. Значення функції в цій точці 

1. Дослідити збіжність числового ряду: .

Для дослідження числового ряду з додатними членами  за ознакою Даламбера, потрібно обчислити:

.

Таким чином, заданий ряд збігається.

1. Знайти область збіжності степеневого ряду: 

Радіус збіжності степеневого ряду знаходиться за формулою



тобто ряд збігається в інтервалі  Дослідимо ряд на збіжність у кінцях інтервалу. При  одержуємо чисельний ряд



тобто гармонічний ряд, що розбігається.

При  приходимо до ряду



який за ознакою Лейбниця збігається(так як  та ). Отже, областю збіжності заданого степеневого ряду буде проміжок 

***Зауваження:*** Область збіжності степеневого ряду можна визначити, застосовуючи також безпосередньо ознаку Даламбера. Так, наприклад:



Отже, ряд збігається для тих значень  для який  тобто  і ми приходимо до того ж інтервалу  Після цього треба перевірити збіжність на кінцях інтервалу.

1. Знайти загальний розв’язок диференціальних рівнянь

а)****

Це рівняння з відокремленими змінними. Замінимо похідну часткою диференціалів, відокремимо змінні та обчислимо з обох сторін рівняння інтеграли:

,

,

,

.

Загальний розв‘язок диференціального рівняння має вигляд , де  – довільна стала.

б)

Це лінійне диференціальне рівняння. Покладемо тоді . Підставляючи ці вирази в початкове рівняння, маємо:



Для визначення  одержимо рівняння

  після відокремлення змінних маємо , відкіля чи 

Для визначення u отримаємо рівняння

, відкіля

Отже, загальний інтеграл заданого рівняння буде мати вид 

в)

Як відомо, загальний розв‘язок даного рівняння находять у вигляді суми загального розв‘язку відповідного однорідного рівняння  і часткового розв‘язку неоднорідного рівняння, тобто



Знайдемо загальний розв’язок відповідного однорідного диференціального рівняння. Характеристичне рівняння:  має дійсні та різні корені  та , тому загальний розв’язок має вид

.

Частковий розв‘язок  будемо шукати у вигляді

,

Тоді , . Підставимо отримані вирази в задане рівняння та прирівняємо коефіцієнти при однакових степенях , отримаємо систему



Розв‘язав її, знайдемо    Частинний розв’язок має вигляд .

Загальний розв‘язок диференціального рівняння має вигляд 

1. Знайти ймовірність появи парного числа при киданні кубика.

Нехай А={з’явиться парне число}. Загальна кількість варіантів, які можуть з’явитися при киданні кубика *n* = 6. Кількість появи парного числа - *m* = 3. Ймовірність: 

Дискретна випадкова величина задана *рядом розподілу* .Необхідно:

1. записати пропущену ймовірність.
2. підрахувати ймовірності попадань у вказані інтервали.
3. обчислити числові характеристики випадкової величини M x , Dx ,s x

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x i | 1 | 4 | 7 | 9 | 12 | 14 |
| p i | 0,1 | 0,15 |  | 0,4 | 0,05 | 0,15 |

P(X=1); P(X=8); P(X<5); P(X>8); P(4<X<13); P(10<X<20).

Так як , то пропущена ймовірність дорівнює 1-(0,1+0,15+0,4+0,05+0,15)=0,15.

Р(Х=1)=0,1; Р(Х=8)=0; Р(Х<5)=P(X=1)+P(X=4)=0,25; P(X>8)=P(X=9)+P(X=12)+P(X=14)=0,4+0,05+0,15=0,6

P(4<X<13)=P(X=7)+P(X=9)+P(X=12)=0,15+0,4+0,05=0,6

P(10<X<20)=P(X=12)+P(X=14)=0,05+0,15=0,2.





sx=

# *Додаток А*

# *Комплексні числа та дії над ними*

***Алгебраїчна форма***: 

Модуль комплексного числа: 

Аргумент комплексного числа: 

Дії над комплексними числами в алгебраїчній формі:

1. ;
2. ;
3. ;
4. , при умові, що .

***Тригонометрична форма***: 

Дії над комплексними числами в тригонометричній формі:

1. ;
2. ;
3. ;
4. .

***Показникова форма***: 

Дії над комплексними числами в показниковій формі:

1. ;
2. ;
3. ;

.

# *Додаток Б*

# *Векторна алгебра*

**Координати вектора:,;**

**Довжина вектора: ;**

**Кут між векторами: , ,**

**.**

**Множення вектора на число: , .**

**Додавання двох векторів: , , .**

**Віднімання двох векторів: , , .**

**Вираження скалярного добутку через координати співмножників: , , .**

**Вираження векторного добутку через координати співмножників: , , **

**Застосування векторного добутку: ** – це площа паралелограма , побудованого на векторах і , тобто

.

Тоді

# .*Додаток В*

# *Аналітична геометрія в просторі*

**Загальне рівняння прямої:** 

**Канонічні рівняння прямої**: , - напрямний вектор, - точка в просторі.

**Рівняння прямої, що проходить через дві задані точки:** ,

.

**Кут між двома прямими**: , ,

.

**Умова перпендикулярності прямих:** .

**Умова паралельності прямих:** .

**Рівняння площини, яка проходить через три точки:** 

.

# *Додаток Г*

# *Диференціальне числення*

**Таблиця похідних**

1. **.**
2. **.**
3. **.**
4. **.**
5. **.**
6. **.**
7. **.**
8. **.**
9. **.**
10. **.**
11. **.**
12. **.**
13. **.**
14. ****

**Правила диференціювання**

Якщо. та  - диференційовані функції, то

1. 
2. 
3. 
4. 

**Похідна складної функції**

Похідна складної функції дорівнює добутку похідної цієї функції за проміжною змінною *и* на похідну проміжної змінної *и*за змінною *х.* Тобто,



# *Додаток Д*

# *Інтегральне числення*

**Таблиця невизначених інтегралів**

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  | 13 |
|  | 14. |
|  | 15. |
|  | 16. |
|  | 17. |
|  | 18. |

**Властивості: - первісна для функції .**

1. ;
2. ;
3. ;
4. ;
5. .

**Формула інтегрування частинами:** .

**Формула Ньютона-Лейбниця для обчислення визначених інтегралів:**



# *Література*

1. И.И.Валуцэ, Т.Д.Дигул Математика для техникумов (на базе средней школы) М., 1999.
2. Ю.К. Рудавський, Збірник задач з лінійної алгебри та аналітичної геометрії Л:”Бескид Біт”, 2002.
3. П.П. Овчинников, Вища математика. Збірник задач у двох частинах.К: Техніка, 2004
4. Л.І. Дюженкова, Т.В. Носоль Вища математика. Практикум. Київ: “Вища математика”, 1991
5. А.Д. Мышкис Лекции по высшей математике М.: Наука, 1983.
6. Б.П.Демидович Сборник задач и упражнений по матем. анализу
7. Н.С. Пискунов Дифференциальное и интегральное исчисление, т. 1, 2, М.: Наука, 1976.
8. П.Е. Данко и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Учеб. Пособие для втузов. – 5-е изд., испр. – М.: Высш.шк., 1999.
9. Дубовик В.П. Вища математика «А.С.К.» 2003р.
10. Казановський В.І Вища математика Конспект лекцій НМЦ 2003р.
11. Овчинников П.П. Вища математика у двох частинах «Техніка» 2003р.